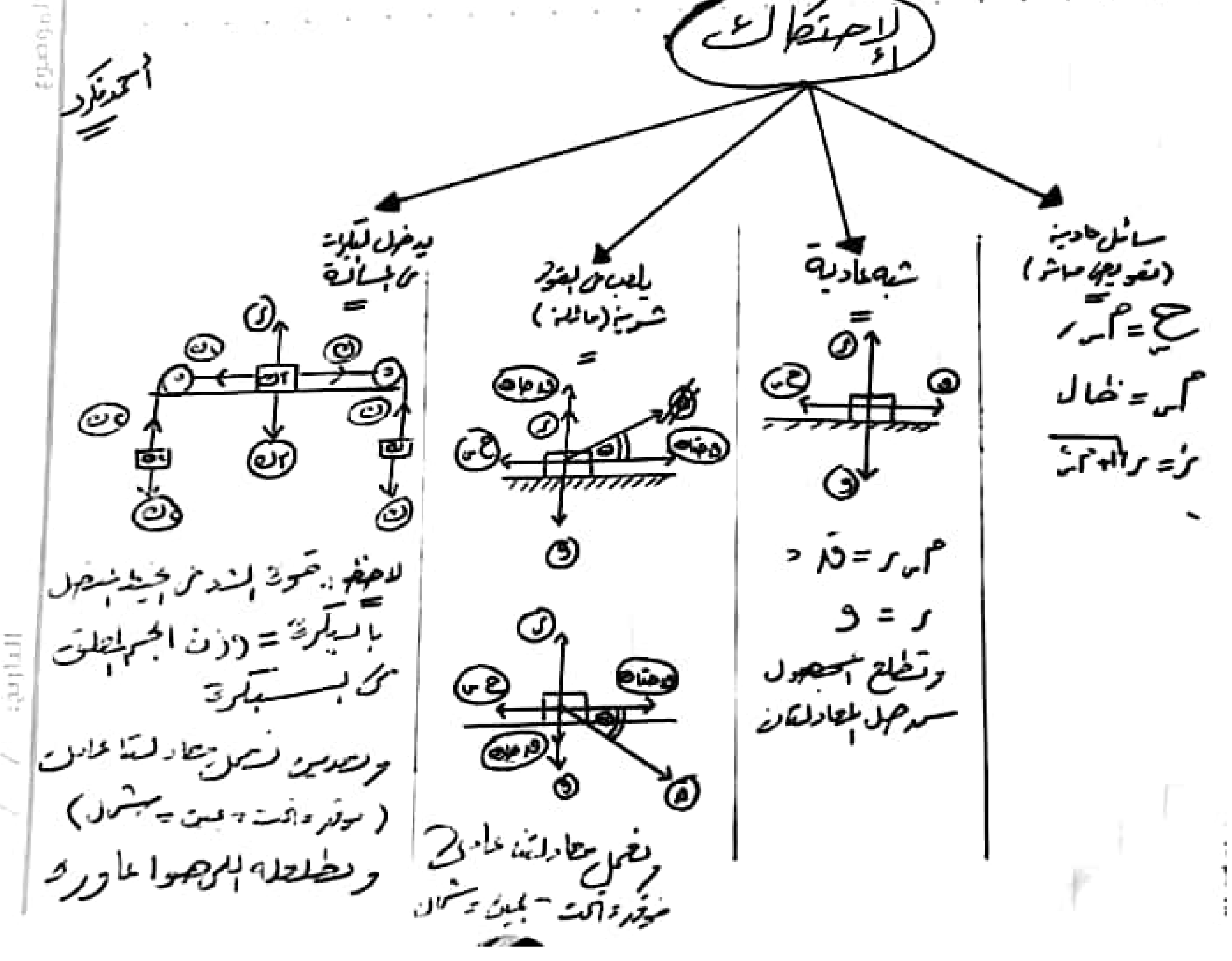
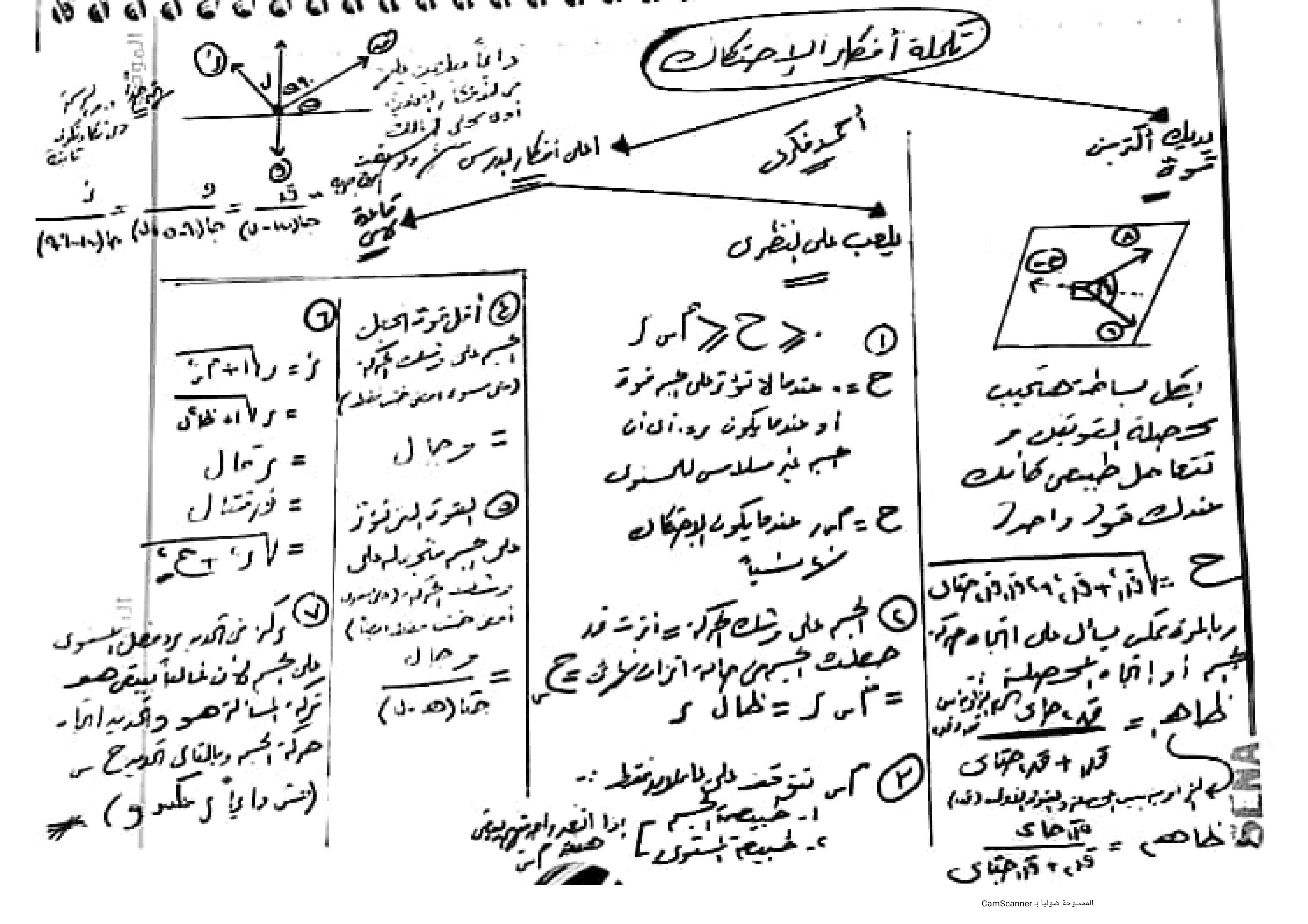
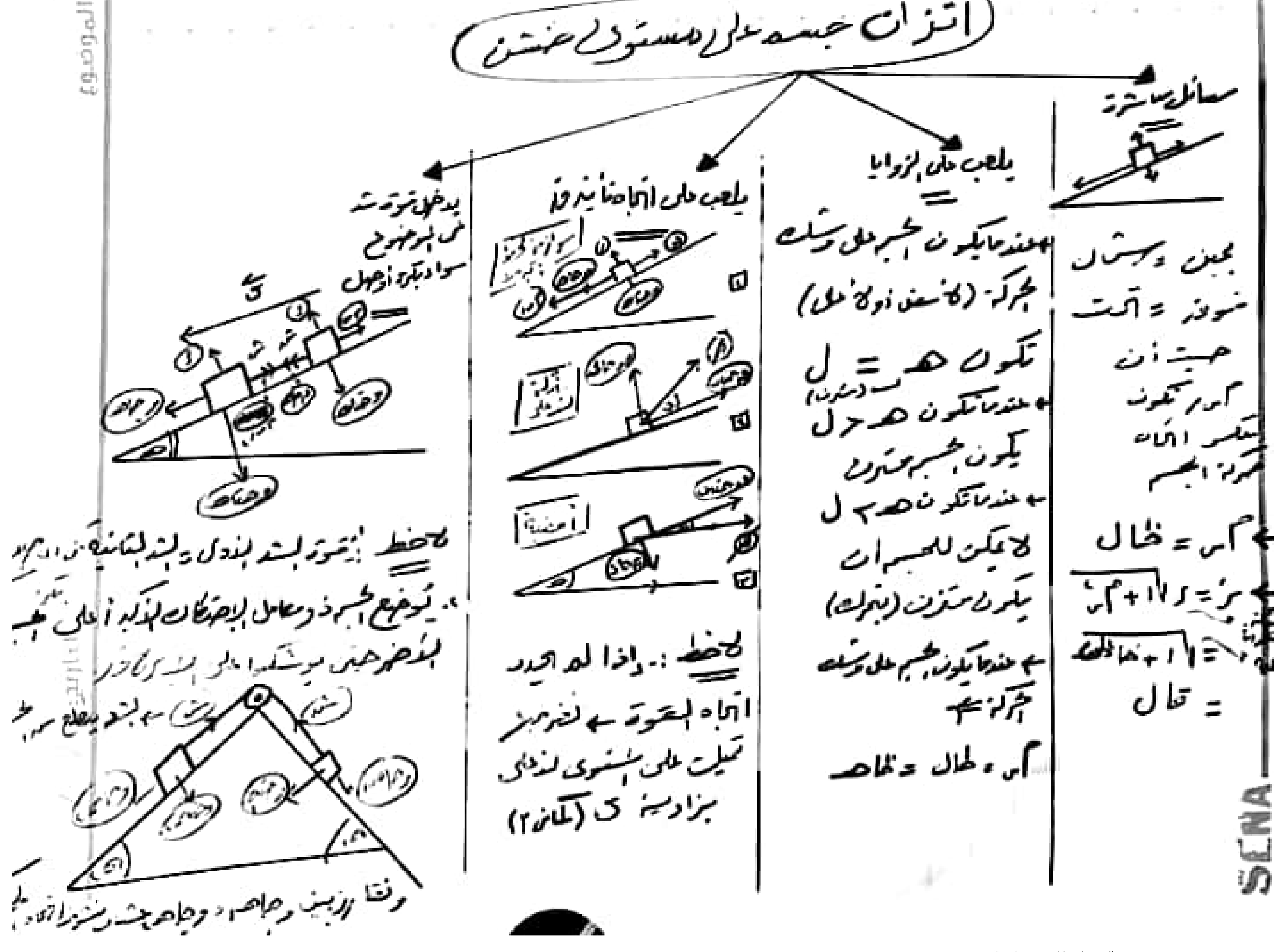


الإحتكاك
مسائل عادية (تعويض مباشر)
ح = م س ر
م س = خام
شبه عادية
م س ر = ق د
ر = و
ونستطيع الحصول على المجهول من حل المعادلتين
يدخل البكرات في المسألة
لاحظ: قوة الشد في الخيط المتصل بالبكرة = وزن الجسم المعلق في البكرة


تكملة أفكار الاحتكاك
أحمد فكري
يلعب على النظري
تكاملة
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



اتزان جسم على مستوى خشن
مسائل مباشرة
يلعب على الزوايا
يلعب على اتجاه القوة
يدخل قوة شد في الموضوع سواء بكرة أو حبل
عندما يكون الجسم على وشك الحركة
تكون ه = ل
عندما تكون ه < ل
يكون الجسم متزن
لا يمكن للمسائل
م س = ظا ل
لاحظ: إذا لم يحدد اتجاه القوة ← نفرض ميل على المستوى الذي بزاوية ى

العزوم كمتجهات في نظام ثلاثي الأبعاد

مسائل مباشرة

ج_ب = ر × ق

= أب × ق

= (ب - أ) × ق

↓

ج_د = (٢، ١، ٤) × (٥، ٦، ٤)

س	ص	ع
٢	١	٤
٥	٦	٤

= (-٤ ، ٤ ، ١٢)

هام ← لازم نبدأ بالحكم بالوضع ونعوض بالعزم (ر × ق) لأنه لو عكست هيطلع لك - ج

يدينك مقدار (معيارية) واتجاهها عادي ق (متجه ق)

ق = ق × أب / ||أب||

↓

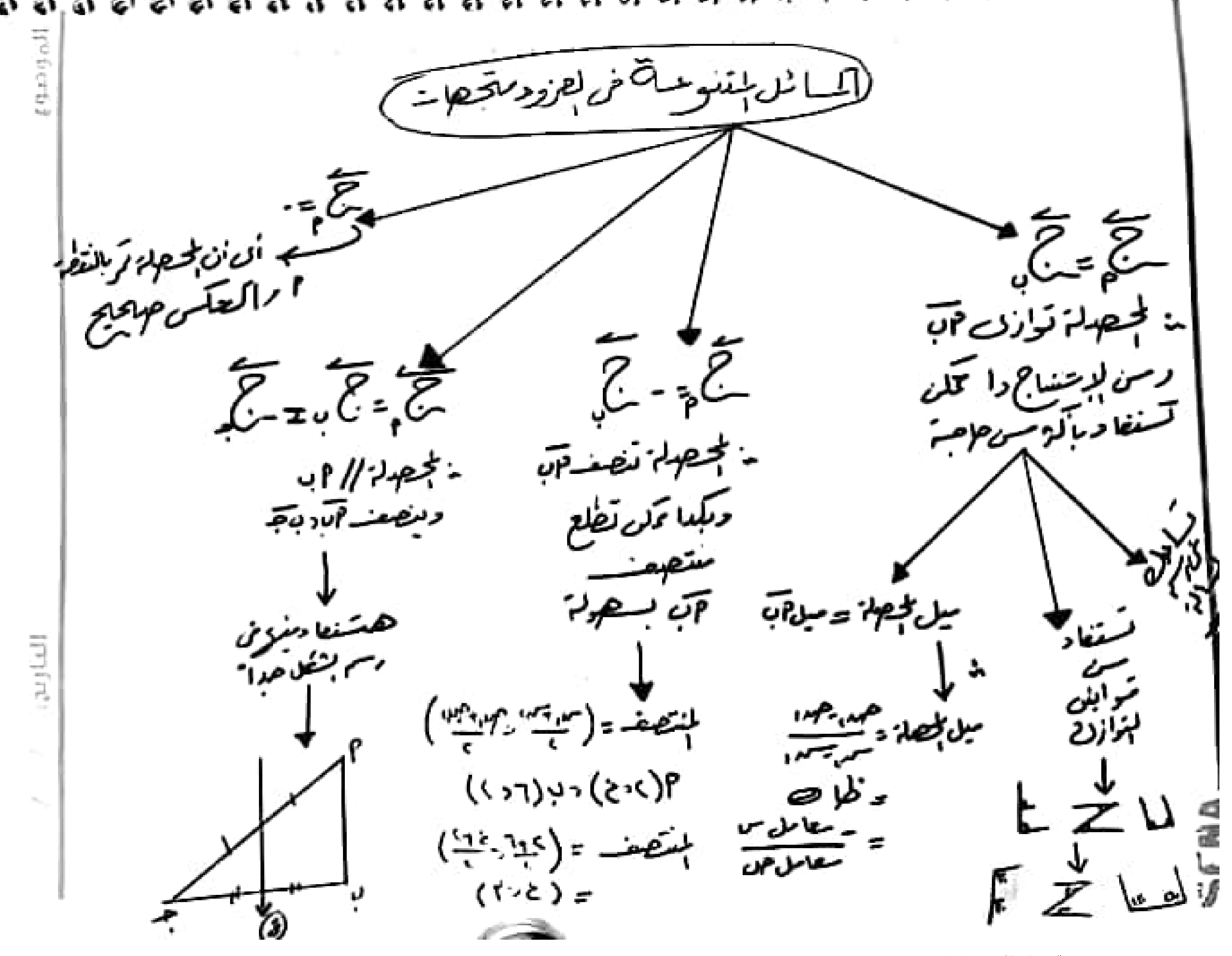
ق = ١٥√٢ × (٣، ٤، -٥) / √(٣² + ٤² + ٥²)

= (٩ ، ١٢ ، -١٥)

مسائل مرسومة

لاحظ محاور الإحداثيات جيداً

المسائل المرسومة ماتزهقش الرسمة لأنك تطلع منها إحداثيات النقط اللي بيدور العزم حولها وتطلع ق وتعوض تحويل مشكلات ... جداً


المسائل المتنوعة في العزوم والمتجهات
جـم = ٠
أي أن المحصلة تمر بالنقطة م والعكس صحيح
جـم = جـب
∴ المحصلة توازي أب
ومن الاستنتاج دا ممكن نستفاد بأكثر من حاجة
ميل المحصلة = ميل أب
ميل المحصلة = (ص٢ - ص١) / (س٢ - س١)
= ظا هـ
= - معامل س / معامل ص
جـم = - جـب
∴ المحصلة تنصف أب
وكدا ممكن تطلع منتصف أب بسهولة
المنتصف = ((س١ + س٢)/٢ ، (ص١ + ص٢)/٢)
أ(٢ ، ٤) ، ب(٦ ، ١)
المنتصف = ((٢ + ٦)/٢ ، (٤ + ١)/٢)
= (٤ ، ٢٫٥)
جـم = جـب = - جـجـ
∴ المحصلة // أب
وتنصف أب ، بجـ
هنستفاد منها في رسم بشكل جيد
أ
ب
جـ

الموضوع   التاريخ / /

طريقة ثانية لحل جميع مسائل العزوم مستويات

١. الحصر ق١ ، ق٢ ، أ ، ب

ق١ = (٢، -١) ، ق٢ = (-٩، ٢) [ولازم يكونوا متناوبين]

أ = (-١، ٠) ، ب = (١، ٢)

٢. نفرض نقطة و (٠، ٠) ونجيب مجموع العزوم حول و ونساويه بعزم المحصلة حول

$\overline{ح}_{و}$ (ق) = ق١ × و أ + ق٢ × و ب + ...

ح = ق١ + ق٢ + ...

= (٢، -١) × (-١، ٠) + (-٩، ٢) × (١، ٢) ← الترتيب مهم جداً

= -١ - ١٨ - ٢ = -٢٢

$\overline{ح}_{و}$ = ح × و د ← نقطة نفرض أنها المحصلة تمر بها

= (-٦، ٢) × (س، ص) = -٦ص - ٢س

∴ $\overline{ح}_{و}$ (ق) = $\overline{ح}_{و}$

∴ -٦ص - ٢س = -٢٢ ÷ -٢

∴ ٣ص + س = ١١ ← (١)

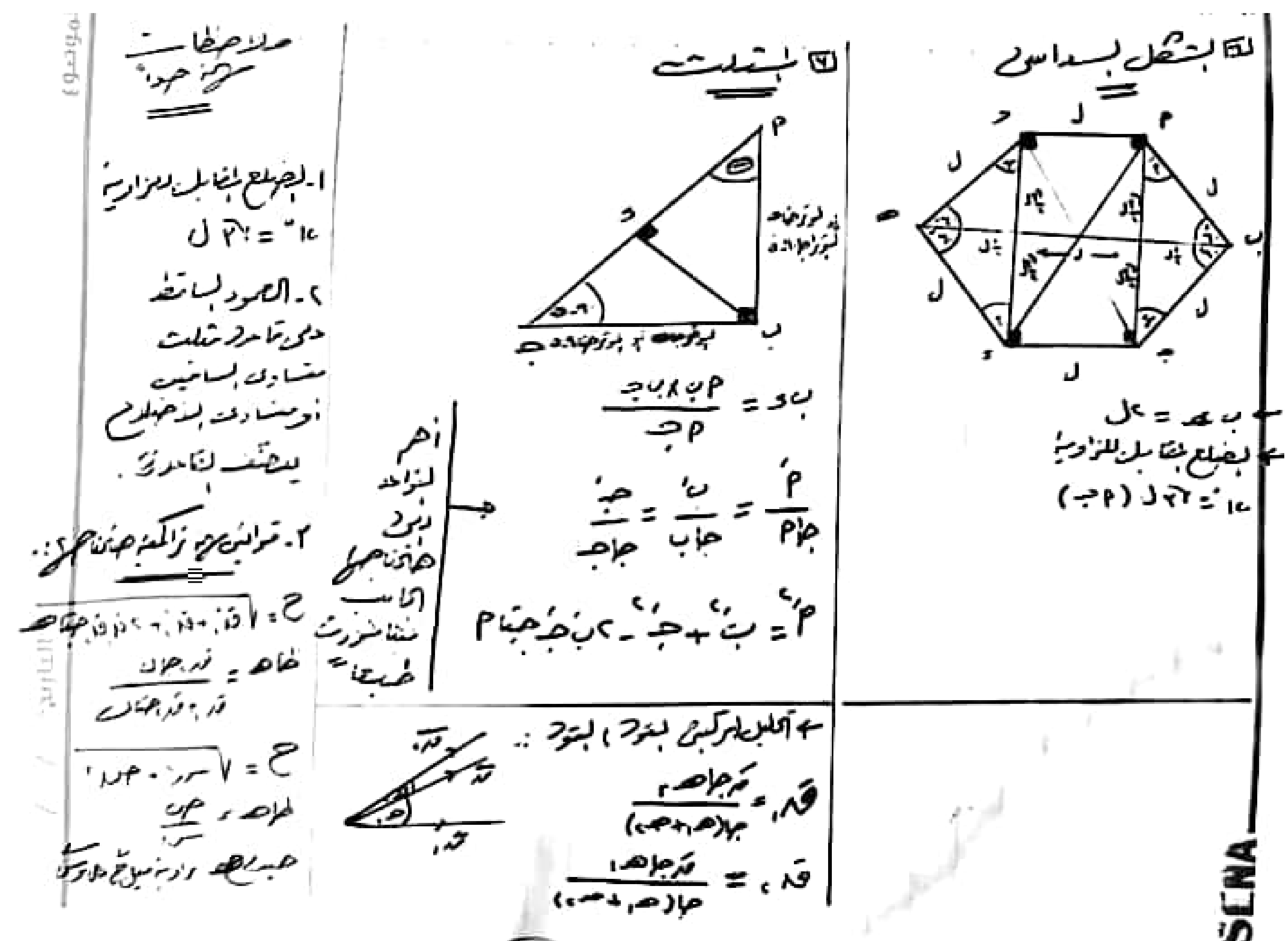
نوجد معادلة القطعة المستقيمة أ ب

أ (-١، ٠) ——— ب (١، ٢)

الميل = ٢/٢ = ١

∴ (ص - ٠) / (س + ١) = ١ ← ص - س = ١ ← (٢)

ونكمل المعادلتين لنحصل على نقطة التقاطع



٥ الشكل السداسي
← ب هـ = ٢ل
← الضلع المقابل للزاوية ١٢٠° = √٣ ل (أ جـ)

٦ المثلث
ب د = أب × ب جـ / أ جـ
أ / جا أ = ب / جا ب = جـ / جا جـ
أ² = ب² + جـ² − ٢ ب جـ جتا أ
[illegible]

← تحليل القوة لمركبتين :
ق١ = ق جا هـ٢ / جا(هـ١ + هـ٢)
ق٢ = ق جا هـ١ / جا(هـ١ + هـ٢)

ملاحظات مهمة جداً
١- الضلع المقابل للزاوية ١٢٠° = √٣ ل
٢- العمود الساقط على الوتر في المثلث القائم يقسمه إلى مثلثين متشابهين
٣- قوانين محصلة قوتين :
ح = √(ق١² + ق٢² + ٢ ق١ ق٢ جتا هـ)
ظا هـ = ق٢ جا هـ / (ق١ + ق٢ جتا هـ)
ح = √(س² + ص²)
ظا هـ = ص / س
SENA

أهم ملاحظات على العزوم والمتجهات

١- في العزوم والمتجهات مبنشوفش العمودي ماشي إزاي ولكن بنضرب
$\vec{ق} \times \vec{ل}$ على طول (على عكس العزوم على المستوى)

٢- لاحظ الفرق بين :-

١. متجه العزم $\vec{ج}$ ← كمية متجهة

٢. القياس الجبري لمتجه العزم ج ← كمية قياسية قد تكون موجبة أو سالبة أو صفر

٣. معيار متجه العزم ← كمية موجبة دائماً
$\|\vec{ج}\|$

٢- المركبة الجبرية لمتجه $\vec{أ}$ في اتجاه متجه $\vec{ب}$ = $\frac{\vec{أ} \cdot \vec{ب}}{\|\vec{ب}\|}$

[أحياناً يسمى :- مسقط المتجه $\vec{أ}$ على المتجه $\vec{ب}$] الضرب القياسي: البدل × البدل + التالتة (؟)

ملاحظات مهمة على العزوم 3d

١ - من النظام ثلاثي الأبعاد بنشتغل عزوم للمركبات وبالتالي بنضرب $\overrightarrow{ر} \times \overrightarrow{ق}$ على طول ومش بنحتاج ل

٢ - خلي بالك إن المحاور إحداثيات سالبة من س و ص و ع

٣ - إذا كان $\overrightarrow{ق}$ يوازي محور $\overrightarrow{ع}$ ← $\overrightarrow{ق}$ = (٠ ، ٠ ، $ق_ع$)

" " " " $\overrightarrow{س}$ ← $\overrightarrow{ق}$ = ($ق_س$ ، ٠ ، ٠)

" " " " $\overrightarrow{ص}$ ← $\overrightarrow{ق}$ = (٠ ، $ق_ص$ ، ٠)

٤ - إذا كانت هناك أكثر من قوة ونريد مجموع العزوم أو العزم بالنسبة لنقطة -

- جميع القوى تؤثر في نفس النقطة ← $\overrightarrow{ح}_و = \overrightarrow{و ا} \times (\overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} + ...)$ (نقطة البداية)
- القوى تؤثر في نقاط مختلفة ← $\overrightarrow{ح}_و = \overrightarrow{ق_1} \times \overrightarrow{و ا} + \overrightarrow{ق_2} \times \overrightarrow{و ب} + ...$ (كل قوة هحسب عزمها بالنسبة لـ و)

٥ - إذا أراد عزم $\overrightarrow{ق}$ حول محور $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ع}$ ← هنجيب $\overrightarrow{ح}$ و وهنشيل

الإحداثي المعين $\overrightarrow{ح}$ س

المثال ي س (٠ ، ٠ ، س)

المعين ع (٠ ، ٠ ، ع)

العمود على المستوى

مسائل مرسومة ولذلك لازم تكون عارف واحفظ كل شكل هندسي

١ المربع

ل

ل

ل

ل

طول القطر = ل√٢

طول العمود الساقط من نقطة تقاطع القطرين على ضلع = ½ ل

٢ المستطيل

(كل زاوية ٩٠°)

ل

ل

← طول العمود الساقط من أحد الرؤوس على القطر يحسب من إقليدس

← يمكن تقسيمه مربعات

لاحظ: في المستطيل
لا ينصف القطر زوايا الرأس كما في المربع

٣ المعين

ل ل ل ل

م

← كل زاويتين متقابلتين متساويتين

← القطران ينصفان زوايا الرأس

لاحظ
المثلثات الحادة الزوايا المتطابقة يتكون منها شكل رباعي

٤ شبه المنحرف المتساوي الساقين

(وجود تماثل على محور تماثل)

← كل زاويتين متحالفتين في شبه المنحرف مجموعهما ١٨٠°

٥

← يمكن تحويله إقليدس.

ملاحظات عامة

١- اذا كانت م تقسم آب من الداخل بنسبة ٢ : ٢

$$2\,ح_أ + 2\,ح_ب = 4\,ح_م$$

وهكذا القياس مع أي نسب اخرى .

٢- اذا أردت تحقق من مستوى متوازي أضلاع أ ب ج د

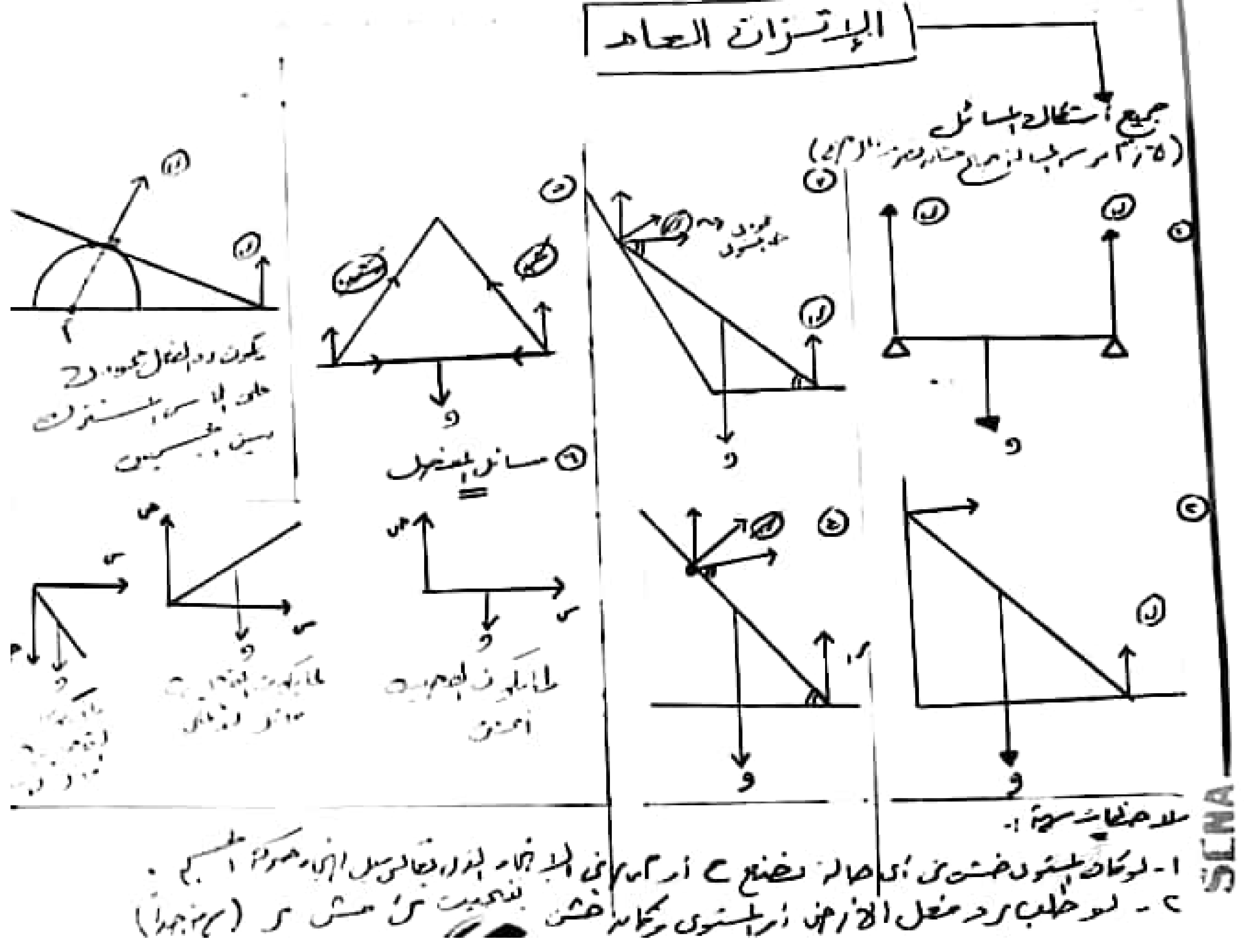
$$ح_أ + ح_ج = ح_ب + ح_د$$

٣- مسائل اتزان جسم جسيم جداً ومختلفة في الصيغ :
(١٢ ، ١٤ ، ١٧) ← ١ ← جبـ ٩٥
(١ ، ١٢) ← جبـ ١٠٢
(٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤) جبـ ١٢٠١١٢١ ← ١١١ ترابطية حلول

٤- في النظام ثلاث أبعاد إما أن يعطيك القوة مقداراً أو احداثيات متجهة أو مقدار وزاوية

(١) أ (٢، ٣) (٦، ٥)
محصلتها تحل عادي
ق = القوة × ا ب / ||ا ب||

(ب) ق = جتا (الزاوية بين القوة والمحور الجانبي الذي ربط)
∴ ق س = ق جتا س ، س = جتا ١٢٠
ق ص = ق جتا ص ، ص = جتا ٦٠
ق ع = ق جتا ع ، ع = جتا ع


الإتزان العام
جميع أشكال المسائل
مسائل المنفصل
ملاحظات سريعة :-

تكملة الازدواج

الاتزان

إذا اتزن جسم أو صفيحة وكان تحت تأثير ازدواج مطلوب للقوى، إذن فلابد أن يكون هناك ازدواج يعاكس الازدواج الأول.

ج۱ = - ج۲ ⟸ ج۱ + ج۲ = ٠

عند الاتزان

- ج۱ + ج۲ + ... = ٠
- ج = ٠ (الازدواج المحصل)

مسائل الصفيحة

① أولاً: صفيحة حرة الحركة ومحورها ثابت (مربع، مستطيل، مثلث، معين، متوازي أضلاع ...) ولكن يشترط أن يكون الوزن والقطر المتعلق بها على استقامة واحدة.

② نقوم بتجزئة القطر الواصل بين الوزن والقوة المحصلة (م جـ) كما في الشكل.

③ دائماً نصف القطر هو المسافة العمودية وتساوي حاصل ضرب ... الدوران.

معلومات نظرية

يتكافأ ازدواجان إذا تساوى عزماهما ج۱ ، ج۲

يتزن ازدواجان إذا ... ج۱ = - ج۲

الموضوع
التاريخ: / /

ملاحظات مهمة جداً جداً على مركز الثقل
والكتلة السالبة أيضاً

١- تتناسب الكتل الموضوعة تناسباً عكسياً مع الطول (حاجة مهمة جداً)

(٢٠) ——————— (٥٠)

مركز الثقل أقرب للكتلة ٥٠

اعتبرها اسطوانة وموقع نصف كرة
النسب بين الحجوم = النسب بين الكتل
وفرضاً أن حجم الاسطوانة = ٥٠ وحجم نصف الكرة ٢٠
فإن مركز الثقل داخل الاسطوانة

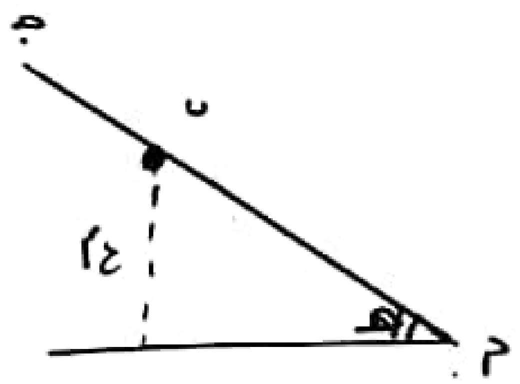
٢- من مسائل مركز الثقل والكتلة السالبة - لو مش ايدالك نقطة الأصل فين - لو طلب ميل $\overline{ab}$ (مثلاً) على الرأسي ⟸ هتعمل a نقطة الأصل عشان المسألة تظبط معاك

٣- لو ايدالك شكل أو متوزع ثقل بالتساوي على رؤوسه يبقى مركز الثقل بتاعه هو مركزه الهندسي وبالتالي شكل متوزع على الرؤوس لوهوا هو المركز الهندسي

(٨١) = (٢) (٢) (٢) (٢)

SENA

ملاحظات مهمة على الاتزان الحاد



في حال كانت عليك نسبة :-

ظاهـ = $\frac{٢}{٤}$

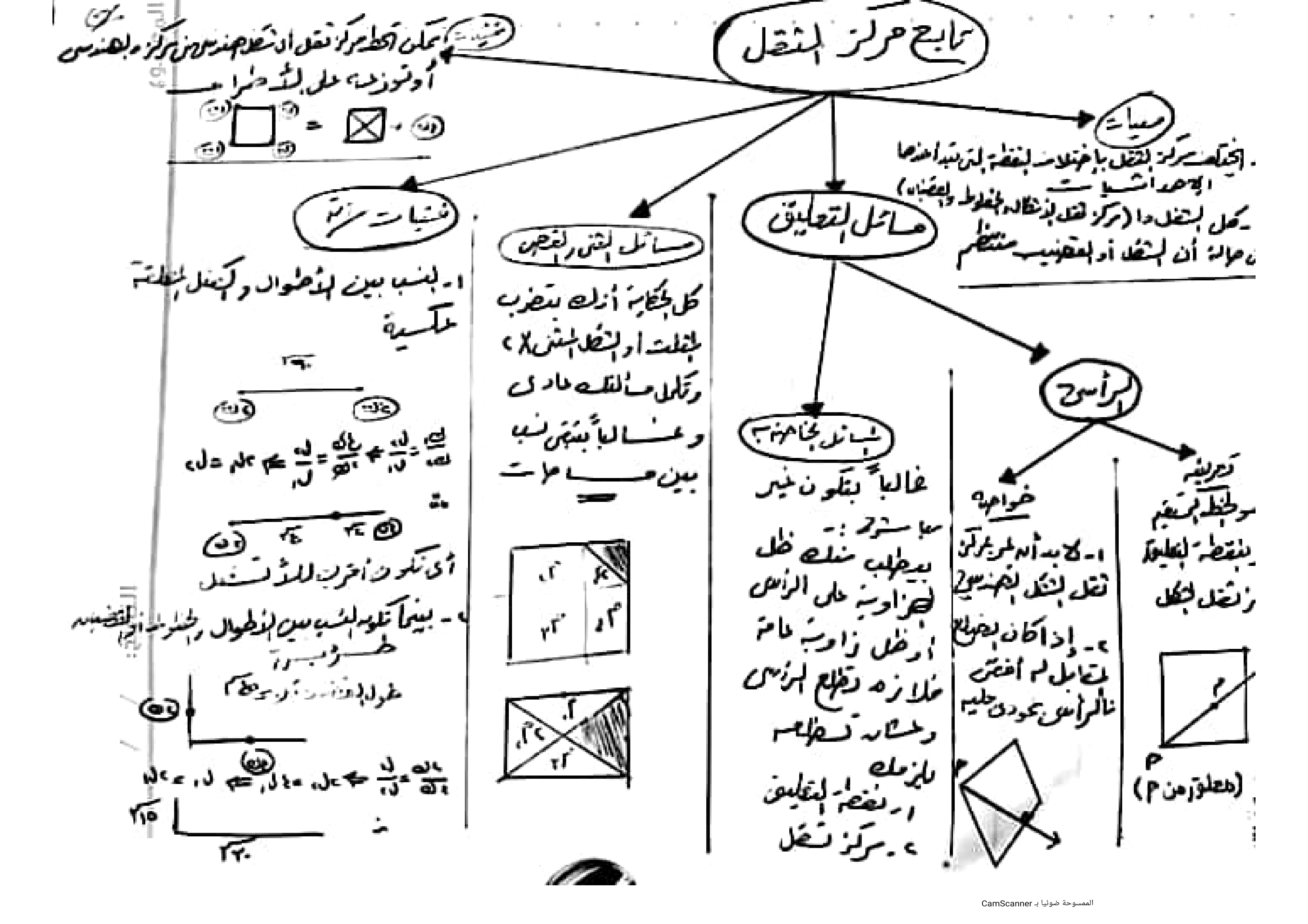
وحاول أجيب م ب ضروري حسب الجزوم.

الحل

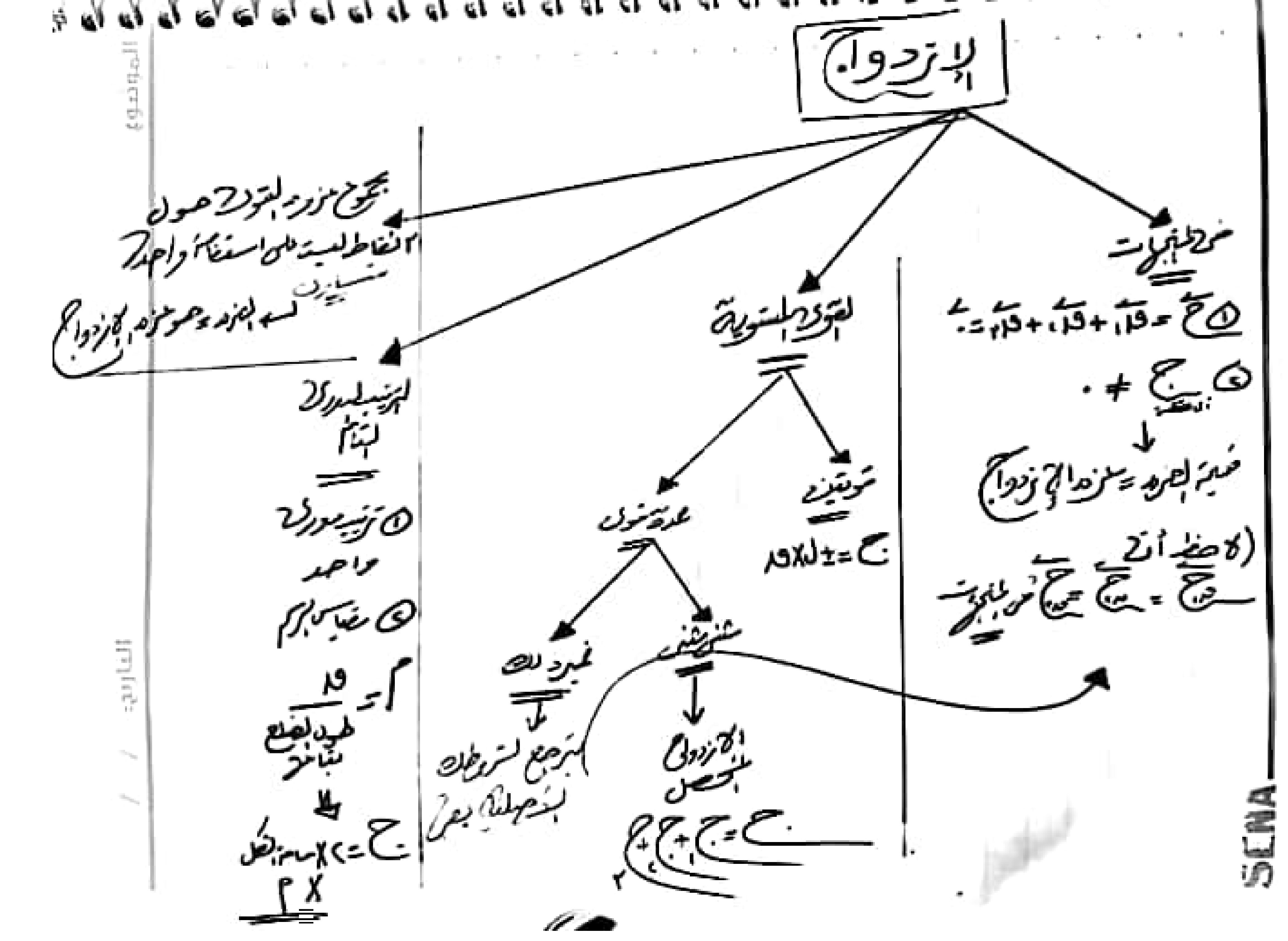
∵ ظاهـ = $\frac{٢}{٤}$ ⟸ جاهـ = $\frac{٢}{٥}$

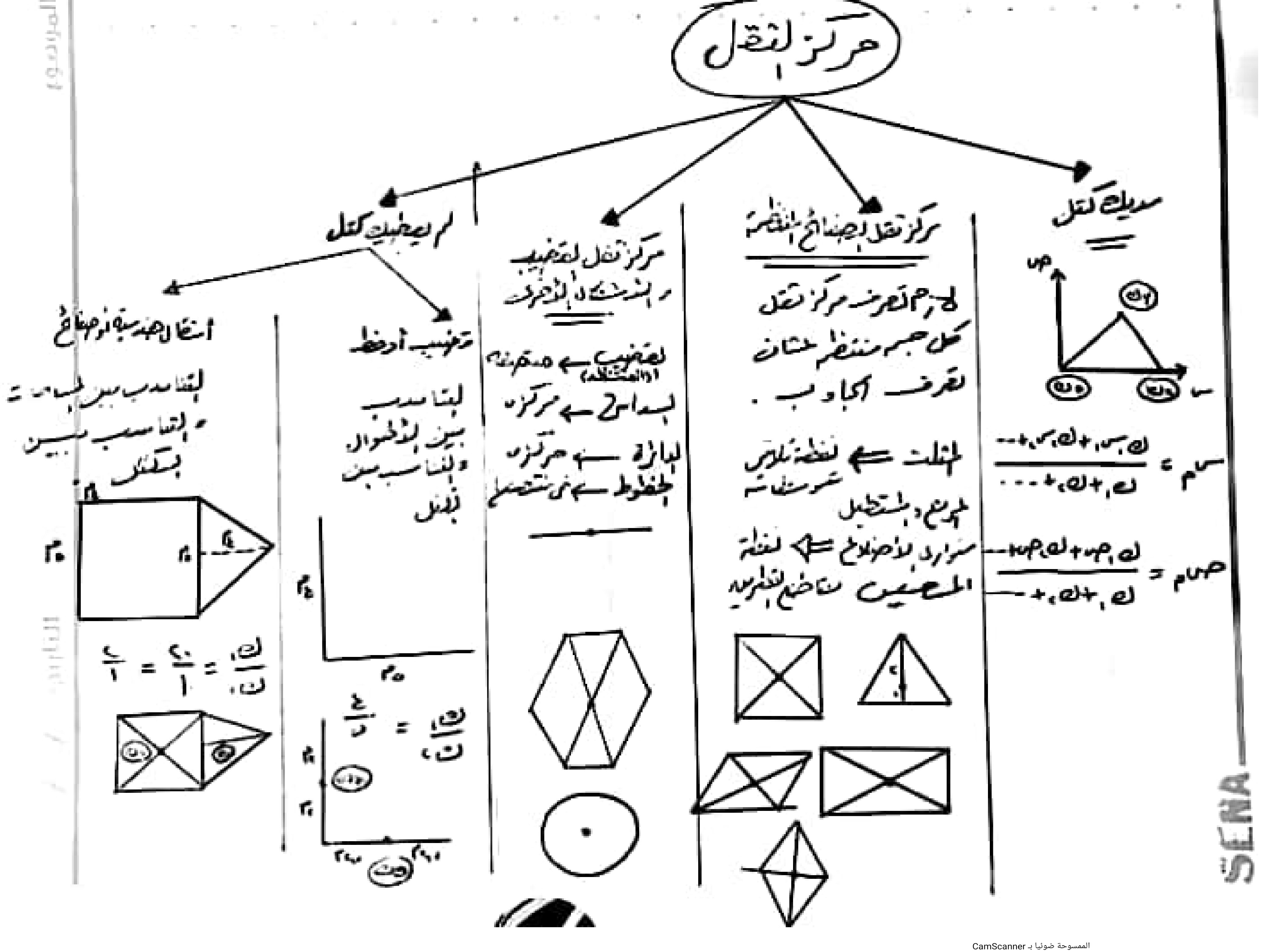
∴ $\frac{٢}{٥}$ = $\frac{٤}{س}$ ⟸ س = $\frac{٢٠}{٢}$ م

ونطرح من طول القضيب حتى نطلع ب جـ



تابع مركز الثقل
صعوبات
١. اختلاف مركز الثقل باختلاف النقطة التي نبدأ منها الإحداثيات
٢. جعل الشكل (مركز الثقل للأشكال المخطوطة والقضبان)
في حالة أن الشكل أو القضيب منتظم
مسائل التعليق
الرأسي
خواصه
١. لابد أن يمر بمركز ثقل الشكل الهندسي
(معلوم من م)
غالباً يتكون خيط
١. نقطة التعليق
٢. مركز الثقل
مسائل القص
كل الحكاية أنك بتضرب المثلث أو الشكل الجديد × ٢
وغالباً
بين المساحات
١. النسب بين الأطوال والكتل عكسية
٢. بينما تكون النسب بين الأطوال طردية


الازدواج
القوى المستوية
ج = ق × ل
الازدواج المحصل


مركز الثقل
مركز ثقل الصفائح المنتظمة
المثلث ⟸ نقطة تلاقي متوسطاته
المربع والمستطيل
القضيب ⟸ منتصفه
الدائرة ⟸ مركزها

تكملة الكتلة السالبة

قص كتلة وإضافتها مكان تاني أو تني جزء على جزء تاني (زي ما تبسيط نقص نصف جزء)

هنشتغل كأنه جسم الكتلة الناقصة زي الحالة الثانية و لكن لازم أخد بالي إنه هنشيل الكتلة المقصوصة ونضيف الجزء المقصوص بس بالموجب

لو القص من مربع جه على مربع تاني؟

وتابع الحل

ك١ ← (س١، ص١)

ك٢ ← (س٢، ص٢)

ك٣ ← (س٣، ص٣)

س م = ______

ص م = ______

قص قرص دائري

هنشتغل عادي جدا زي الحالة الثانية و لكن اللي هيختلف شوية إن هنحط نقطة الأصل عند مركز الدائرة (الكبيرة)

م١ ← ك١ (٥، ٠)

م٢ ← ك٢ (٠، ٠)

س م = ______

ص م = ______

ومركز الثقل طبعا هيقع على امتداد مركزي ثقليهما

الكرة والأسطوانة والمخروط ودا كله مجسم 3d

حتى نتعامل بالمثل دا بنشتغل على النسبة بين الحجوم حتى بس كلها و نتعامل معاها عادي

حجم الكرة = $\frac{4}{3}$ π نق^3

حجم الأسطوانة = π نق^2 ع

لو طلب حجم نصف كرة مثلا $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}$ π نق^3

حجم المخروط = مساحة القاعدة × $\frac{1}{3}$ الارتفاع

حجم المكعب = مساحة القاعدة × الارتفاع

متوازي المستطيلات = طول × عرض × ارتفاع

التعليق الحر

نشتغل عادي جدا زي مركز الثقل ونطلع ظا هـ

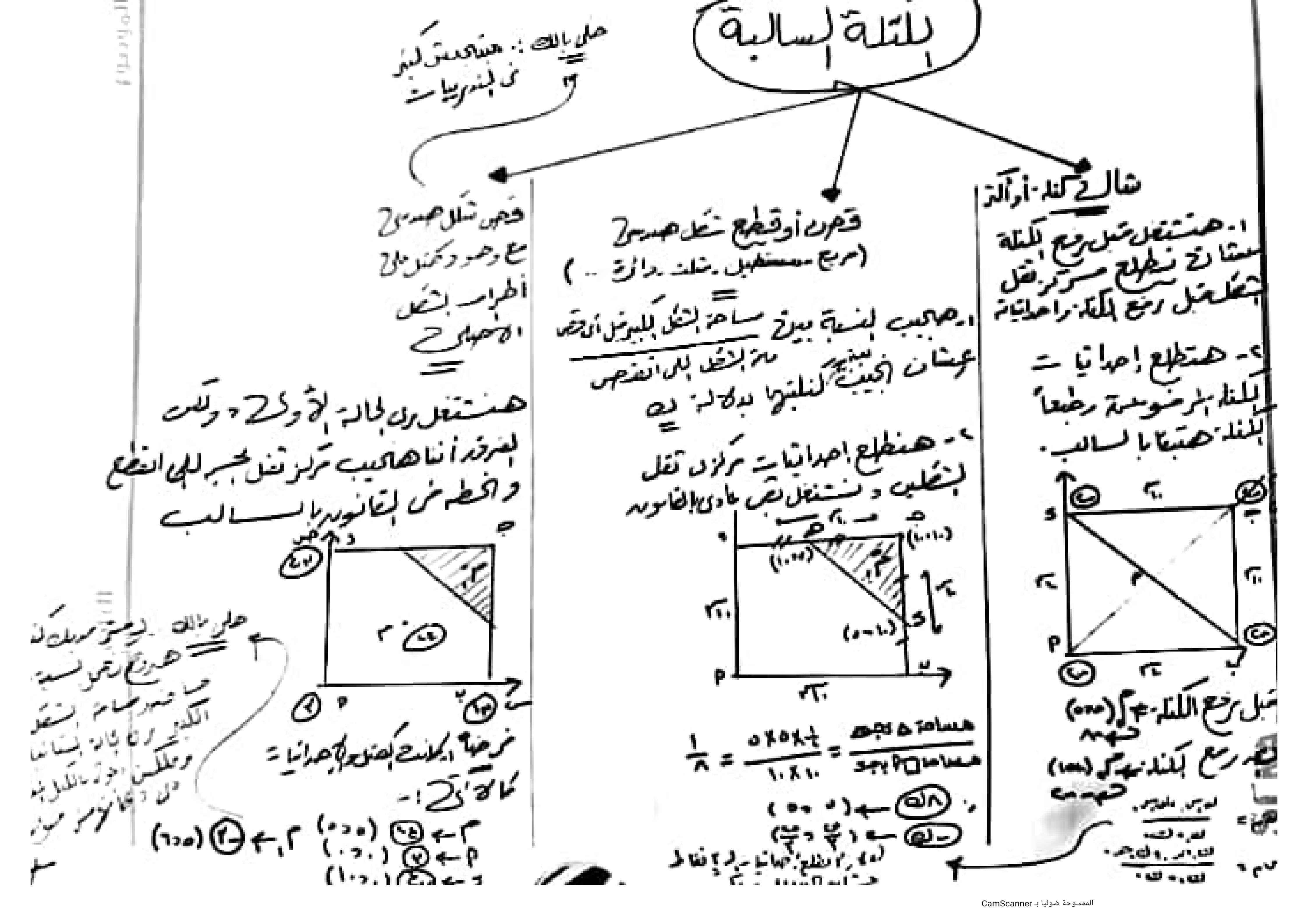
بحيث $\frac{\text{ص م}}{\text{س م}}$ ولكن هنا التعليق

م المحور الرأسي (والمحور يمر بـ م ونقطة التعليق)

ظا هـ = $\frac{\text{ص م}}{\text{س م}}$

هـ الزاوية بين المنحنى والأفقي

خط النقطة اللي بيعدي على الرأسي هي نقطة الأصل


النقطة السالبة
شيل كتلة أو أكثر
قص أو قطع شكل هندسي
(مربع - مستطيل - مثلث - دائرة ...)